

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Агафонов Александр Викторович  
Должность: директор филиала  
Дата подписания: 01.09.2023 10:50:19  
Уникальный программный ключ:  
2539477a8ecf706dc9cff164bc411eb6d3c4ab06

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
"МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"  
Чебоксарский институт (филиал)



**МОСКОВСКИЙ  
ПОЛИТЕХ**

Чебоксарский институт

Кафедра Информационных технологий и систем управления

## **ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ С ОСНОВАМИ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ И ПОЛЗУЧЕСТИ**

**Методические указания для выполнения расчетно-графической  
работы по дисциплине «Теория упругости с основами теории  
пластичности и ползучести» для специальности 08.05.01  
Строительство уникальных зданий и сооружений, студентами  
очной формы обучения.**

Чебоксары, 2023

С целью обеспечения выполнения учебного плана студентами, обучающимися индивидуально и по заочной форме обучения, а также в случаях возникновения задолженностей по дисциплине, созданы условия их ликвидации. Для обучающихся этих категорий разработаны индивидуальные задания для самостоятельного выполнения, которые представлены на сайте института <http://sdo.polytech21.ru/>. В течение учебного года на кафедре проводятся консультации согласно графику консультаций в «День заочника», с помощью электронной почты кафедры и преподавателей, а также через систему дистанционного обучения <http://sdo.polytech21.ru/>.

В соответствии с учебным планом специальности студент заочного отделения выполняет контрольную работу.

К выполнению работы следует приступать только после изучения соответствующего теоретического материала курса по учебнику и ознакомления с методическими указаниями.

Выполняя контрольную работу, студент должен придерживаться указанных ниже правил.

1 Контрольная работа пишется по варианту, номер которого определяется по двум последним цифрам  $p$  и  $q$  номера зачетной книжки студента (например: номеру зачетной книжки студента №123456 соответствует 56 вариант, где  $p=5$  и  $q=6$ ). При решении заданий своего варианта студенту необходимо заменить  $p$  и  $q$  соответствующими цифрами. Контрольная работа, выполненная не по своему варианту, не засчитывается.

2 Контрольная работа оформляется в тетради, в которой оставляются поля для замечаний рецензента. На обложке тетради необходимо поместить название предмета, номер зачетной книжки, вариант контрольной работы, заголовок работы, в котором указываются фамилия и инициалы студента, профиль подготовки, фамилия и инициалы преподавателя, ведущего данный предмет.

3 Решение задач следует располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач. Перед решением каждой задачи нужно выписать полностью ее условие. Решение задач нужно излагать подробно и аккуратно, объясняя все действия и делая необходимые построения и расчеты.

4 Выполненная студентом контрольная работа предоставляется на проверку не позднее, чем за две недели до начала сессии. При допуске контрольной работы к защите работа студенту не возвращается. В противном случае работа возвращается на доработку.

5 После получения отрецензированной работы студент должен исправить в этой же тетради все отмеченные ошибки и недочеты.

6 Студент, не сдавший контрольную работу в срок, не допускается до экзамена.

Образцы контрольных работ:

### Контрольная работа № 1

1. Решить систему линейных уравнений: а) по правилу Крамера. б) средствами матричного исчисления.

$$\begin{cases} x + y + z = 0; \\ 2x + y = 4; \\ x - y - 2z = 5. \end{cases}$$

2. Определить координаты точки пересечения двух взаимно перпендикулярных прямых, проходящих через фокусы эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ , если известно, что точка  $A(-2,6)$  лежит на прямой, проходящей через его правый фокус.

3. Даны координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ :  $A_1(3;1;4)$ ,  $A_2(-1;6;1)$ ,  $A_3(-1;1;6)$  и  $A_4(0;4;-1)$ . Найти: 1) длину ребра  $A_1A_2$ ; 2) косинус угла между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ ; 3) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; 4) уравнение грани  $A_1A_2A_3$ ; 5) уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ; 6) объем пирамиды. Сделать чертеж.

4. Найти производные  $y'$  данных функций.

$$а) y = \frac{3x-4}{\sqrt{x^3+3x-2}}; \quad б) y = (3^{\sin x} - \cos^2 2x)^3; \quad в)$$

$$y = \ln \arcsin \sqrt{1-x^2};$$

$$г) y = \ln^3 \sqrt{\frac{2-x^2}{x^3-6x}}; \quad д) y = (2x+3)^{\operatorname{tg} x}.$$

5. Найти неопределенные интегралы. Правильность результатов проверить дифференцированием.

$$а) \int \frac{x dx}{7+x^2}; \quad б) \int \frac{(x+18) dx}{x^2-4x+12}; \quad в) \int (3-x) \cos x dx.$$

6. Вычислить объем тела, получающегося вращением вокруг оси  $Ox$  криволинейного треугольника, ограниченного линиями.

$$x^2 - y = 0, x = -1, y = 0.$$

### Контрольная работа № 2

1. Найти экстремумы функции

$$z = xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y - 8.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$a) xy' = y \ln\left(\frac{y}{x}\right); \quad б) y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2.$$

3. Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

$$y'' + 6y' + 9y = 10e^{-3x}, y(0) = 3, y'(0) = 2.$$

4. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле, сделать чертеж области интегрирования.

$$\int_{-1}^0 dx \int_{8x^3}^{-2x+6} f(x, y) dy.$$

5. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_{OA} (xy - x) dx + \frac{x^2}{2} dy \text{ вдоль параболы } y^2 = 4x \text{ от начала координат до точки } A(1; 2).$$

6. Исследовать на сходимость числовой ряд с помощью достаточных признаков сходимости

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{4n^3-1}.$$

7. Выяснить сходится ли ряд абсолютно, или условно, или расходится

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{2n-1}.$$

8. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{3^n} (x + 3)^n.$$

### Тестовые задания

1. Произведение  $A \cdot B$  двух квадратных матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \text{ равно...}$$

- 1)  $\begin{pmatrix} 13 & -7 & 8 \\ 9 & -6 & -5 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 17 & 12 \\ -27 & -68 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 17 & -27 \\ -12 & 68 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 7 & 11 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$     5)

$$\begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 7 & -7 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}$  равен...

- 1) -6    2) -16    3) 6    4) 14    5) 16

3. Обратной матрицей для данной матрицы  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  является матрица...

- 1)  $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

5)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

4. Система  $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 2x - y + z = 3, \\ 3x + y + 4z = 3. \end{cases}$  имеет...

- 1) одно решение    2) два решения    3) не имеет решений

4) множество решений    5) три решения

5. Решением системы  $\begin{cases} 2x + 7y = 8, \\ 6x + 5y = -8. \end{cases}$  является пара...

- 1) (-3; -2)            2) (-3; 2)            3) (3; -2)            4) (3; 2)            5) (1; 2)

6. Определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 2\alpha - 3 \end{vmatrix}$  равен 0 при  $\alpha = \dots$

- 1) -3            2) 3            3) 2            4) 0            5) 5

7. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Матрица  $2A - B^2$  равна...

- 1)  $\begin{pmatrix} -1 & -7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$             2)  $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}$             3)  $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$             4)  $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$

- 5)  $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$

8. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4k - 3 & 2 & -5 \\ -3 & 7 & 10 \end{pmatrix}$ . Алгебраическое дополнение

$A_{33} = 0$  при  $k = \dots$

- 1) -1            2) 2            3) 1            4) 0            5) -2

9. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ 4 & -4 & 0 \\ -2 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ . Тогда сумма элементов,

расположенных на главной диагонали этой матрицы, равна...

- 1) -5            2) 5            3) 13            4) -7            5) 10

10. Сумма координат вектора  $AC$  треугольника  $ABC$ :  $AB = \{2; 3; -1\}$   
 $BC = \{-1; 2; 2\}$  равна

- 1) -2;    2) 0;    3) 3;    4) 7;    5) -1.

11. Векторы  $\mathbf{a}=\{2-\alpha; -1; 3+\alpha\}$  и  $\mathbf{b}=\{1; 2\alpha; 2\}$  ортогональны, если число  $\alpha$  равно:  
 1)  $-2$ ; 2)  $0$ ; 3)  $6$ ; 4)  $8$ ; 5)  $-4$ .

12. Скалярное произведение векторов,  $\mathbf{a} = \{2; 3; -1; 1; 0\}$   $\mathbf{b} = \{0; -1; 2; 2; 1\}$  заданных в ортонормированном базисе равно:  
 1)  $-2$ ; 2)  $-3$ ; 3)  $0$ ; 4)  $1$ ; 5)  $4$ .

13. Угол между векторами  $\mathbf{a}=\{-1; -1; 0\}$  и  $\mathbf{b}=\{1; 0; 1\}$  равен  
 1)  $30^\circ$ ; 2)  $\arccos 0,75$ ; 3)  $60^\circ$ ; 4)  $120^\circ$ ; 5)  $45^\circ$ .

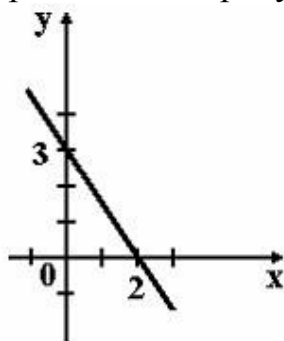
14. Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(2; 0; 1)$  и  $B(-1; 1; -3)$ , имеет вид:

1)  $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-4}$ ;                      2)  $\frac{x+2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-4}$ ;                      3)

$\frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$ ;

4)  $\frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-4}$ ;                      5)  $\frac{x-2}{-3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{-4}$ .

15. Уравнение прямой, изображенной на рисунке



имеет вид...

1)  $3x + 2y = 6$ ; 2)  $2x + 3y = 6$ ; 3)  $3x + 2y = 1$ ; 4)  
 $2x + 3y = 1$ .

16. Даны две смежные вершины квадрата  $A(5,6)$  и  $B(-2,5)$ . Тогда площадь этого квадрата равна...

1)  $50$       2)  $\sqrt{10}$       3)  $\sqrt{50}$       4)  $10$

17. Точкой пересечения плоскости  $-2x + 3y + z - 6 = 0$  с осью  $OY$  является ...

1)  $C(0;3;0)$    2)  $B(0;-2;0)$    3)  $D(0;1;3)$    4)  $A(0;2;0)$

18. Установите соответствие между уравнениями плоскости и точками, которые лежат в этих плоскостях

1.  $x + 2y + 3z - 6 = 0$    2.  $3x + y - 4 = 0$    3.  $4y + z - x = 0$

4.  $6x + 5y + z - 1 = 0$

1)  $(0;0;1)$    2)  $(1;1;0)$    3)  $(0;0;0)$    4)  $(1;1;1)$

19. Радиус окружности, заданной уравнением  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ , равен...

1) 5;   2) 3;   3) 4;   4) 2.

20. Уравнение  $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$  на плоскости определяет...

- 1) гиперболу
- 2) параболу
- 3) эллипс
- 4) пару прямых

21. Предел функции в указанной точке  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + x - 10}$  равен...

1)  $\infty$ ;   2)  $\frac{4}{9}$ ;   3)  $-\frac{4}{9}$ ;   4)  $\frac{9}{4}$ ;   5)  $\frac{1}{3}$ .

22. Используя правило Лопиталья предел функции в точке  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\sin^2 3x}$  равен...

1)  $\frac{3}{7}$    2)  $\frac{7}{18}$    3)  $\frac{1}{18}$    4)  $-\frac{5}{33}$    5)  $\frac{-1}{7}$

23. Дифференциал функции  $y = x^2 + 5x - 7$  равен...

1)  $y = (2x + 5)dx$    2)  $y = (x^2 + 5x - 7)dx$    3)

$y = -(x^2 + 5x - 7)dx$

4)  $y = (5 - 2x)dx$    5) не существует



24. Производная частного  $\frac{x}{2x-1}$  равна...
- 1)  $\frac{4x-1}{(2x-1)^2}$     2)  $\frac{1}{(2x-1)^2}$     3)  $-\frac{1}{(2x-1)^2}$     4)  $-\frac{1}{2x-1}$     5)  $\frac{1}{2x-1}$
25. Наименьшее значение функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{2}{3}$  на отрезке  $[-1;1]$  равно...
- 1) 0    2) -2    3)  $-\frac{2}{3}$     4)  $-\frac{4}{3}$     5)  $\frac{5}{9}$
26. Установить четность или нечетность функции  $f(x) = x^4 \sin 7x \dots$
- 1) четная    2) нечетная    3) ни четная, ни нечетная  
4) невозможно определить
27. Точками разрыва функции  $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$  являются...
- 1)  $x = 1, x = 2$     2)  $x = 3, x = -2$     3)  $x = -1, x = 2$   
4)  $x = 1, x = -2$     5)  $x = -3, x = 2$
28. Уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^2 + 2$  в точке  $x_0 = 1$  имеет вид...
- 1)  $y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 1)$     2)  $y - 2 = 3(x - 1)$     3)  $y - 3 = 2(x - 1)$   
4)  $y - 1 = 2(x - 4)$     5)  $y - 1 = x^2 + 2$
29. Одной из первообразных функции  $y = 3 - 2x$  является функция
- 1)  $3 - x^2$ ;    2)  $3x - x^2 + 1$ ;    3)  $3x - 2$ ;    4)  $3x - 2x^2$ ;    5)  $3x^2 - 2x + 1$ .

30. Определенный интеграл, выражающий площадь треугольника с вершинами

$(0; 0), (-2; 0), (-2; -3)$  имеет вид

$$1) \int_{-2}^0 \left(-\frac{3}{2}x\right) dx; \quad 2) \int_{-3}^0 \frac{2}{3} y dy; \quad 3) \int_{-2}^0 \frac{3}{2} x dx;$$

$$4) \int_{-2}^0 \frac{3}{2} y dy; \quad 5) \int_{-2}^0 2x dx.$$

31. Площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=2x-x^2$  и  $y=-x$ , представляется интегралом

$$1) \int_{-3}^1 [(2x-x^2)-x] dx; \quad 2) \int_0^3 [(2x-x^2)-(-x)] dx;$$

$$3) \int_0^3 [(-x)-(2x-x^2)] dx; \quad 4) \int_0^3 [x-(2x-x^2)] dx;$$

$$5) \int_{-3}^1 [x+(2x-x^2)] dx.$$

32. Площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=\sin x$ ,  $y=\frac{2}{\pi}x$  ( $0 \leq x \leq \pi/2$ ), равна

$$1) (\pi+4)/4; \quad 2) \pi/2; \quad 3) \pi/4; \quad 4) (4-\pi)/4; \quad 5) \pi.$$

33. Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial y}$  от функции  $z=2x^3y-x^2+2y^3-3$  равна

$$1) 2x^3+6y^2; \quad 2) 6x^2y-2x; \quad 3) 2x^3+6y^2+6x^2y-2x; \quad 4) 2x^2+6y^3;$$

$$5) -2x+6y^2.$$

34. Общий интеграл дифференциального уравнения  $e^y dy = \frac{dx}{x}$  имеет вид ...

$$1) e^y = \ln|x| + C \quad 2) y = \ln|x| + C \quad 3) e^y = -\frac{1}{x^2} + C \quad 4)$$

$$e^y = x + C$$

35. Решением уравнения  $\operatorname{tg} x \cdot y' - y = 2$  является функция ...

$$1) y = 3 \cdot \operatorname{tg} x - 2 \quad 2) y = 3 \cdot \sin x - 2 \quad 3) y = 3 \cdot \operatorname{ctg} x - 2$$

$$4) y = 3 \cdot \sin x + 2$$

36. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями с разделяющимися переменными являются ...

1)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y^3}{x+1} + 1$       2)  $y^3 \frac{dy}{dx} + x^3 y = 0$       3)  $y \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y^3 + 1}$

4)  $\frac{dy}{dx} - 2e^x x^2 + y = 0$

37. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями Бернулли являются ...

1)  $\frac{dy}{dx} - 3x^2 + y = 0$       2)  $x \frac{dy}{dx} - y = y^2 e^x$       3)  $y \frac{dy}{dx} + x^3 = 0$

4)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$

38. Каков вид частного решения для данного дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' + y = 10e^{3x}?$$

1)  $Ae^{3x}$ ;      2)  $Ax^2 e^{3x}$ ;      3)  $Axe^{3x}$ ;      4)  $Axe^{2x}$ ;      5)  $Ae^x$ .

39. Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n+1} x^n$  равен

1) 3;      2)  $\infty$ ;      3) 1;      4) 1/3;      5) 0.

40. Частичная сумма  $S_3$  ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{5^n}$  равна...

1)  $\frac{9}{125}$       2)  $\frac{93}{125}$       3)  $\frac{18}{25}$       4)  $\frac{3}{5}$